Составители: Чунаева А.В., Свищева В.П., Никерова А.А., Дубова Т.А., Кузякина Н.А., Тюленева И.Ю.

***Школьный этап***

***Всероссийской олимпиады школьников***

***по математике***

***в 2018/2019 учебном году***

Ковровский район

2018

***Методические рекомендации по проведению***

***школьного этапа***

***Всероссийской олимпиады школьников по***

***математике в***

***2018/2019 учебном году***

***Введение***

Согласно введенному в 2013 году Порядку проведения Всероссийской олимпиады школьников (далее – Олимпиада, приказ Минобрнауки России № 1252 от 18 ноября 2013), сохраняется общая четырехэтапная структура Олимпиады: школьный, муниципальный, региональный и заключительный этапы.

Олимпиада проводится в целях выявления и развития у обучающихся творческих способностей и интереса к научной (научно-исследовательской) деятельности, пропаганды научных знаний.

***Школьный этап Олимпиады. Основные задачи***

Одной из важнейших задач Олимпиады на начальных этапах является развитие интереса у обучающихся к математике, формирование мотивации к систематическим занятиям математикой на кружках и факультативах, повышение качества математического образования. Важную роль здесь играет

свойственное подростковому периоду стремление к состязательности, к достижению успеха. Математические олимпиады являются соревнованиями, где в честной и объективной борьбе обучающийся может раскрыть свой

интеллектуальный потенциал, соотнести свой уровень математических способностей с уровнем других учащихся школы. Кроме того, привлекательными для участников являются нестандартные условия задач, предлагаемых на олимпиадах. Они заметно отличаются от обязательных при изучении школьного

материала заданий, направленных на отработку выполнения стандартных алгоритмов (например, решения квадратных уравнений), и требуют демонстрации креативности участников олимпиады. Наконец, первые олимпиадные успехи важны для самооценки учащегося, а также, в ряде случаев, изменения отношения к нему учителей, возможно недооценивавших его способности. Необходимость решения сформулированных выше задач формирует подход к порядку проведения и характеру заданий на школьном этапе Олимпиады.

***Порядок проведения***

Школьная олимпиада по математике проходит одновременно во всех школах Ковровского района **24** **октября** **2018 года.** В олимпиаде имеет право принимать участие **каждый обучающийся** (далее–Участник),в том числе вне зависимостиот его успеваемости по предмету. Число мест в классах

(кабинетах) должно обеспечивать **самостоятельное**

выполнение заданий олимпиады каждым Участником. Продолжительность олимпиады должна учитывать возрастные особенности Участников, а также трудность предлагаемых заданий.

Рекомендуемое время проведения олимпиады:

для 5-6 классов – 2 урока,

для 7-8 классов – 3 урока,

для 9-11 классов – 3-4 урока.

Согласно п. 38 Порядка проведения Всероссийской олимпиады школьников, участники школьного этапа олимпиады вправе выполнять олимпиадные задания, разработанные для более старших классов по отношению к тем, в которых они проходят обучение. В случае прохождения на последующие этапы олимпиады, данные участники выполняют олимпиадные задания, разработанные для класса, который они выбрали на школьном этапе олимпиады.

После опубликования предварительных результатов проверки олимпиадных работ Участники имеют право ознакомиться со своими работами, в том числе сообщить о своем несогласии с выставленными баллами. В этом случае Председатель жюри школьной олимпиады назначает члена жюри для повторного рассмотрения работы. При этом оценка по работе может быть изменена, если запрос Участника об изменении оценки признается обоснованным.

По результатам олимпиады создается итоговая таблица по каждой параллели. Участники школьного этапа Олимпиады, набравшие наибольшее количество баллов в своей параллели, признаются победителями школьного этапа Олимпиады. Призерами школьного этапа Олимпиады признаются все участники школьного этапа Олимпиады, следующие в итоговой таблице за победителями.

***Характер заданий***

Задания школьного этапа олимпиады удовлетворяют следующим требованиям:

* 1. Задания не носят характер обычной контрольной работы по различным разделам школьной математики. Большая часть заданий включает в себя элементы (научного) творчества.
  2. В задания не включены задачи по разделам математики, не изученным по всем базовым учебникам по алгебре и геометрии
* соответствующем классе к моменту проведения олимпиады.
  1. В задания олимпиады включены задачи различной сложности для того, чтобы, с одной стороны, предоставить практически каждому ее участнику возможность выполнить наиболее простые из них, с другой стороны, достичь одной из основных целей олимпиады – определения наиболее способных Участников. Предполагается, чтобы с первым заданием успешно справятся не менее 70% участников, со вторым – около 50%, с третьим –20%-30%, а с последними – лучшие из участников олимпиады.

1. В задания включены задачи, имеющие привлекательную, запоминающуюся форму. Задачи четко сформулированы и должны быть понятными для участников.
2. Задания олимпиады по каждому классу включает 5 задач. Тематика заданий разнообразна, охватывающая все разделы школьной математики: арифметику, алгебру, геометрию. Варианты заданий включают в себя логические задачи (в среднем звене школы), комбинаторику. В варианты заданий олимпиады для 5-6 классов включены задачи по арифметике, логические задачи, задачи по наглядной геометрии, задачи, использующие понятие четности; в 7-8 классах добавляются задачи, использующие для решения преобразования алгебраических выражений, задачи на

делимость, геометрические задачи на доказательство, комбинаторные задачи; в 9-11 последовательно добавляются задачи на свойства линейных и квадратичных функций, задачи по теории чисел, неравенства, задачи, использующие тригонометрию, стереометрию, математический анализ, комбинаторику.

***Проверка и оценивание олимпиадных работ***

Задания математических олимпиад являются творческими, допускают несколько различных вариантов решений. Кроме того, необходимо оценивать частичные продвижения в задачах (например, разбор одного из случаев методом, позволяющим решить задачу в целом, доказательство леммы, используемой в одном из доказательств, нахождение примера или доказательства оценки в задачах типа «оценка + пример» и т.п.). Наконец, возможны как существенные, так и не влияющие на логику рассуждений логические и арифметические ошибки в решениях. В соответствии с регламентом проведения математических олимпиад школьников при оценивании каждой задачи необходимо учитывать:

а) любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в

методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценивается степень ее правильности и полноты;

б) олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении;

в) баллы не выставляются «за старание Участника», в том

числе за запись в работе большого по объему текста, но не

содержащего продвижений в решении задачи;

г) победителями олимпиады в одной параллели могут стать несколько участников, набравшие наибольшее количество баллов, поэтому не следует в обязательном порядке «разводить по местам» лучших участников олимпиады.

Соответствие правильности решения и выставляемых баллов приведено в таблице.

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Правильность (ошибочность) решения |
| 7 | Полное верное решение. |
| 6-7 | Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом |
|  | не влияющие на решение. |
| 5-6 | Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд |
|  | ошибок, либо не рассмотрение отдельных случаев, но |
|  | может стать правильным после небольших исправлений |
|  | или дополнений. |
| 4 | Верно рассмотрен один из двух (более сложный) |
|  | существенных случаев, или в задаче типа «оценка + |
|  | пример» верно получена оценка. |
| 2-3 | Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в |
|  | решении задачи. |
| 0-1 | Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии |
|  | решения (или при ошибочном решении). |

1. Решение неверное, продвижения отсутствуют.
2. Решение отсутствует.

Окончательные баллы по задаче должны учитывать все вышеперечисленное.

***Рекомендуемая литература для подготовки учащихся к школьному этапу Всероссийской математической олимпиады***

*Журналы*

«Квант», «Математика в школе», «Математика для школьников»

*Книги и методические пособия:*

1. *Агаханов Н.Х., Подлипский О.К.* Математика.Районныеолимпиады. 6-11 класс. – М.:Просвещение, 2010.
2. *Агаханов Н.Х., Богданов И.И., Кожевников П.А., Подлипский О.К., Терешин Д.А.* Математика.

Всероссийские олимпиады. Выпуск 1. – М.: Просвещение,

2008.

1. *АгахановН.Х.,ПодлипскийО.К.*Математика.

Всероссийские олимпиады. Выпуск 2. – М.: Просвещение,

2009.

1. *Агаханов Н.Х., Подлипский О.К., Рубанов И.С.*

Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 3. – М.: Просвещение, 2011.

1. *Агаханов Н.Х., Подлипский О.К., Рубанов И.С.*

Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 4. – М.: Просвещение, 2013.

1. *Адельшин А.В., Кукина Е.Г., Латыпов И.А. и др.*

Математическая олимпиада им. Г. П. Кукина. Омск, 2007-2009. – М.: МЦНМО, 2011.

1. *Андреева А.Н., Барабанов А.И., Чернявский И.Я.*

Саратовские математические

олимпиады.1950/51–1994/95. (2-e. исправленное и дополненное). – М.: МЦНМО, 2013.

1. *Бабинская И.Л.* Задачи математических олимпиад.М.:

Наука, 1975.

1. *Блинков А.Д., Горская Е.С., Гуровиц В.М. (сост.).*

Московские математические регаты. – М.: МЦНМО, 2007.

1. *Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В.* Ленинградскиематематические кружки. – Киров: Аса, 1994.
2. *Горбачев Н.В.* Сборник олимпиадных задач по математике(3-е изд., стереотип.). – М.:МЦНМО, 2013.
3. *Гордин Р.К.* Это должен знать каждый матшкольник(6-еиздание, стереотипное). — М.,МЦНМО, 2011.
4. *Гордин Р.К.* Геометрия.Планиметрия. 7–9классы(5-еиздание, стереотипное). — М.,МЦНМО, 2012.
5. *Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К.* Как решаютнестандартные задачи (8-е, стереотипное). — М., МЦНМО,

2014.

1. *Кноп К.А.* Взвешивания и алгоритмы:от головоломок кзадачам (3-е, стереотипное). — М., МЦНМО, 2014.
2. *Козлова Е. Г.* Сказки и подсказки(задачи дляматематического кружка) (7-е издание, стереотипное).—

М., МЦНМО, 2013.

1. *Кордемский Б.А.* Математическая смекалка. –М.,

ГИФМЛ, 1958 — 576 с.

1. *Раскина И. В, Шноль Д. Э.* Логические задачи. –М.:

МЦНМО, 2014.

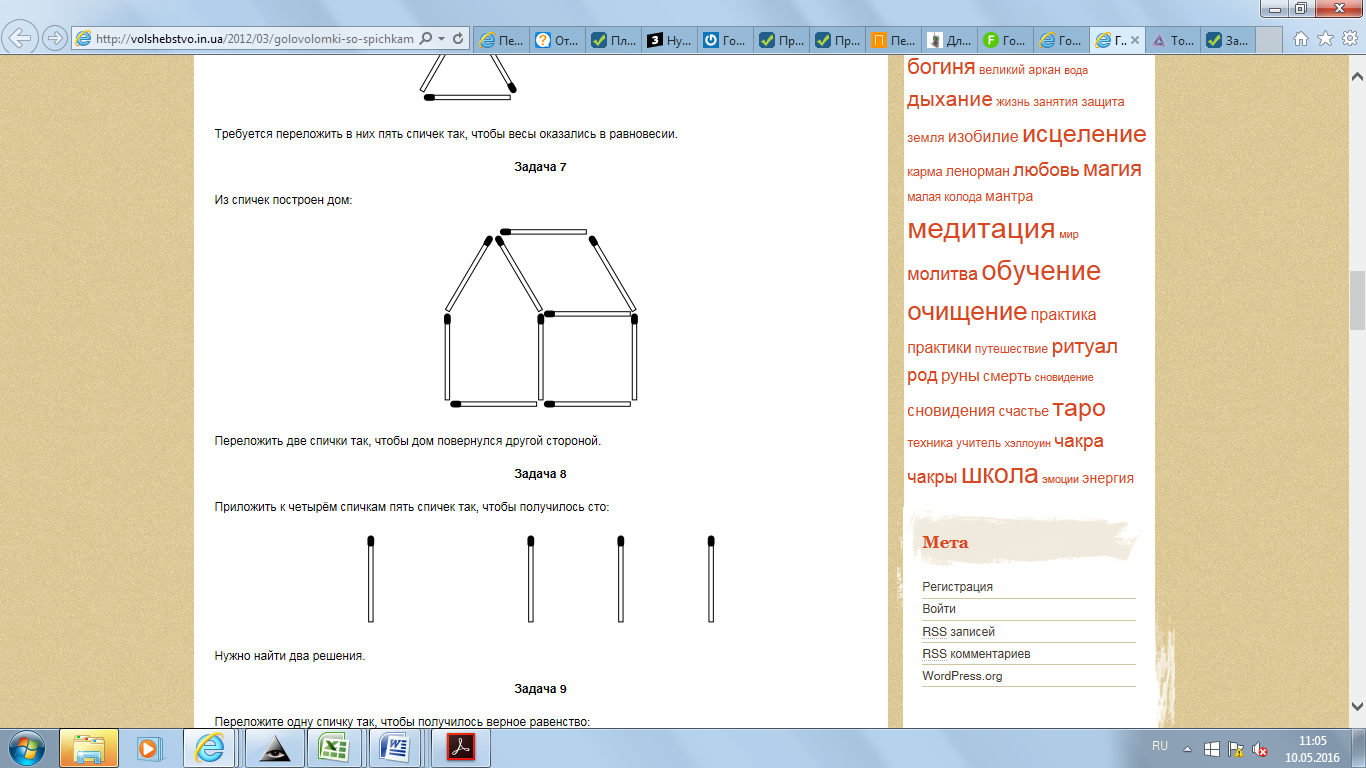
Интернет-ресурс: http://www.problems.ru/

***Задания школьного этапа Всероссийской***

***олимпиады школьников***

**Пятый класс**

1. Расставьте скобки в записи **7 ∙ 9 + 12 : 3 – 2** так, чтобы значение полученного выражения было равно **75**.



1. Поверните дом другой стороной, переложив две спички. Нарисуйте, что получилось. Обведите ручкой спички, которые переложили.
2. Из 60 школьников 26 собирают наклейки, 37 собирают монеты, а 20 - собирают и наклейки и монеты. Остальные не увлекаются коллекционированием. Сколько школьников НЕ увлекается коллекционированием?
3. Дедка вдвое сильнее Бабки, Бабка втрое сильнее Внучки, Внучка вчетверо сильнее Жучки, Жучка впятеро сильнее Кошки, Кошка вшестеро сильнее Мышки. Без Мышки все остальные не могут вытащить репку, а вместе с Мышкой – могут. Сколько мышек надо собрать вместе, чтобы эти мышки смогли вытащить репку сами?
4. На каждой перемене Робин-Бобин-Барабек съедает по конфете. За неделю (с понедельника по субботу) было 30 уроков. Сколько всего конфет съел Робин на переменах?***Задания школьного этапа Всероссийской***

***олимпиады школьников***

**Шестой класс**

1. Составьте числовое выражение, значение которого равно **100**, используя ***цифры* 1, 2, 3, 4, 5** (не меняя порядок их следования), ***знаки арифметических действий*** (необязательно все знаки) и ***скобки****.*
2. У Максима имеется деревянный параллелепипед с измерениями 8 см, 12 см, 16 см. Он распиливает его на кубики с ребром 1 см и ставит их один на другой. Сможет ли Максим достроить вышку из этих кубиков, если он заберется на трехметровую лестницу?
3. Яйцо варится 9 минут. Как отсчитать это время с помощью двух песочных часов по 5 минут и 7 минут?
4. Остаток от деления 100 на некоторое число равен 4. При делении 90 на это же число, получили остаток 18. На какое число делили?
5. Комнаты отеля пронумерованы тремя цифрами. Первая цифра обозначает этаж, а следующие две – номер комнаты на этаже. Например, 125 – означает 25 комната на 1 этаже. В отеле 5 этажей. На каждом этаже 35 комнат. На первом этаже комнаты пронумерованы с 101 до 135, на втором этаже с 201 до 235 и т.д. Сколько раз в нумерации всех комнат использовали цифру 2?

***Задания школьного этапа Всероссийской***

***олимпиады школьников***

**Седьмой класс**

1. Расставьте знаки арифметических действий и скобки там, где считаете нужным, чтобы получилось верное равенство:  
    2 4 6= 3 3 3
2. Найти сумму всех трёхзначных чисел, произведение цифр которых равно 3.

Рис.

1. На клетчатой бумаге изображена чашка с крышкой (см. рис.). На покраску крышки израсходовали 30 г краски. Сколько ещё нужно грамм краски для покраски чашки? Не забудьте обосновать ответ.
2. В забеге участвовал 41 спортсмен. Число спортсменов, прибежавших раньше Васи, в 4 раза меньше числа тех, кто прибежал позже него. Какое место занял Вася?
3. Доктор Айболит раздал четырем заболевшим зверям 2006 чудодейственных таблеток. Носорог получил на одну больше, чем крокодил, бегемот – на одну больше, чем носорог, а слон – на одну больше, чем бегемот. Сколько таблеток придется съесть слону?

***Задания школьного этапа Всероссийской***

***олимпиады школьников***

**Восьмой класс**

1. На столе лежат в ряд четыре фигуры: треугольник, круг, прямоугольник и ромб. Они окрашены в разные цвета: красный, синий, жёлтый, зелёный. Известно, что красная фигура лежит между синей и зелёной; справа от жёлтой фигуры лежит ромб; круг лежит правее и треугольника и ромба; треугольник лежит не с краю; синяя и жёлтая фигуры лежат не рядом. Определите, в каком порядке лежат фигуры и какого они цвета.
2. Постройте график функции *y* = 3*x* + |5*x* − 10|.
3. Разложите на множители: 4(а2 + b2) + 21b2 – 20ab – 36.
4. Четырех кошек взвесили попарно во всех возможных комбинациях. Получились массы 7 кг, 8 кг, 9 кг, 10 кг, 11 кг, 12 кг. Какова общая масса всех кошек?
5. В *∆АВС* биссектрисы углов *А*и *В* пересекаются под углом *1280*. Найдите угол С.

***Задания школьного этапа Всероссийской***

***олимпиады школьников***

**Девятый класс**

1. Малыш, Карлсон и Винни-Пух ели варенье. Они начали одновременно и ели до тех пор, пока варенье не кончилось. Малыш успел съесть только одну девятую часть варенья. Если бы ели только Малыш и Карлсон, Малышу досталась бы четверть всего варенья. Какая часть варенья досталась Малышу, если бы он ел его только с Винни –Пухом?.
2. При каких значениях параметра *р* отношение корней уравнения **** равно 9?
3. Постройте график функции: .
4. Площади трех граней прямоугольной коробки равны 3; 23; 29 дм2. Найдите объем коробки.
5. В клетках доски 7 x 7 стоят лжецы и рыцари (в каждой клетке – по одному человеку). Лжецы всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду. Каждый сказал: «В соседних со мной клетках нет рыцарей». Клетки считаются соседними, если у них есть хотя бы одна общая вершина. Какое наименьшее число рыцарей могло стоять на доске?

***Задания школьного этапа Всероссийской***

***олимпиады***

***школьников***

**Десятый класс**

1. Из ряда натуральных чисел вычеркнули все числа, которые являются квадратами или кубами целых чисел. Какое из оставшихся чисел стоит на 100 месте?
2. Решите в целых числах уравнение: ху = х + у .
3. Сумма первых n членов арифметической прогрессии равна сумме первых m членов той же прогрессии. Определите сумму n+m первых членов этой же прогрессии.
4. В некоторой школе каждый десятиклассник либо всегда говорит правду, либо всегда лжёт. Директор вызвал к себе нескольких десятиклассников и спросил каждого из них про каждого из остальных, правдивец тот или лжец. Всего было получено 44 ответа «правдивец» и 28 ответов «лжец». Сколько правдивых ответов мог получить директор?
5. Могут ли две биссектрисы треугольника разбивать его на четыре части равной площади?

***Задания школьного этапа Всероссийской***

***олимпиады***

***школьников***

**Одиннадцатый класс**

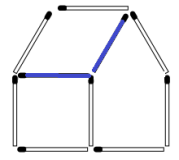
### Решите в целых числах уравнение  (*x*² – *y*²)² = 16*y* + 1

1. По круговой дорожке стадиона длиной 400 метров из одной точки в одном направлении выбегают три спортсмена с постоянными скоростями 12 км/ч,   
   15 км/ч и 17 км/ч. Через какое наименьшее время спортсмены поравняются?
2. Найдите наименьшее значение  *x*² + *y*²,  если  *x*2 – *y*² + 6*x* + 4*y* + 5 = 0.
3. В прямоугольном треугольнике *ABC* с прямым углом *C* провели биссектрисы *AK* и *BN*, на которые опустили перпендикуляры *CD* и *CE* из вершины прямого угла. Докажите, что длина отрезка *DE* равна радиусу вписанной окружности.
4. Сто номерков выложили в ряд в порядке возрастания: 00, 01, 02, 03, ..., 99. Затем номерки переставили так, что каждый следующий номерок стал получаться из предыдущего увеличением или уменьшением ровно одной из цифр на 1 (например, после 29 может идти 19, 39 или 28, а 30 или 20 – не может). Какое наибольшее число номерков могло остаться на своих местах?

***Ответы и решения заданий школьного этапа Всероссийской олимпиады школьников***

***Пятый класс***

1. 7 ∙ 9 + 12 : (3 – 2)



1. 20 человек – это школьники, которые собирают наклейки и монеты
   1. 26 – 20 = 6 (чел.) – собирают наклейки
   2. 37 – 20 = 17 (чел) – собирают монеты
   3. 20 + 6 + 17 = 43 (чел) – собирают что-либо вообще
   4. 60 – 43 = 17 (чел) не коллекционируют

*Ответ:* 17 человек

1. Кошка = 6 мышек; жучка = 5 кошек = 30 мышек; внучка = 4 жучки = 120 мышек; бабка = 3 внучки = 360 мышек; дедка = 2 бабки = 720 мышек. Все вместе дедка + бабка + внучка + жучка + кошка + мышка = 720 + 360 + 120 + 30 + 6 + 1 = 1237 мышек.

*Ответ:* 1237 мышек.

1. Если бы все эти уроки произошли в один день, то Робин съел бы 29 конфет (количество промежутков между 30 уроками). Но так как между последним уроком какого-то дня и первым уроком следующего дня конфета не съедается, то нужно еще вычесть 5 конфет (по количеству промежутков между шестью днями), т.е. итого получается, что Робин съел 29 – 5 = 24 конфеты.

*Ответ.* 24 конфеты.

***Шестой класс***

1. (см3) – объём параллелепипеда. При постановке кубиков объёмом 1 см3 друг на друга получим вышку высотой 15 м 36 см. Так как лестница всего длиной 3 м, то рост мальчика с вытянутой рукой должен быть 12 м 36 см, чего не может быть. Т.е., не сможет.

*Ответ:* не сможет.

1. *1 способ*: Одновременно запускаем часы по 5 минут и 7 минут. Через 5 минут (когда кончится песок в пятиминутных часах) начинаем варить яйцо. Через 2 минуты кончится песок в семиминутных часах; перевернем их. Когда в них опять кончится песок, яйцо будет готово.

*2 способ:* Варить яйцо начинаем одновременно с запуском двух песочных часов по 5 минут и 7 минут. Через 5 минут переворачиваем пятиминутные часы, а еще через 2 минуты (когда семиминутные часы станут пустыми) переворачиваем пятиминутные часы еще раз

1. Из условия имеем: 100 – 4 = 96 делится на искомое число.

90 – 18 = 72 делится на это же число.

Их разность тоже будет делиться на искомое число, т.е. 96 – 72 = 24 делится на это число.

Искомое число должно быть больше 18 и меньше или равно 24. Искомое число 24, т.к. на него делятся и 96, 72 и 24.

*Ответ:* 24

1. На каждом этаже двойка четыре раза использовалась для нумерации единиц и десять раз для нумерации десятков.

Кроме того, для нумерации номеров второго этажа необходимо ещё 35 двоек.

Получаем:

*Ответ:* 105.

***Седьмой класс***

1. Решений может быть несколько. Например, такие:

а); б) ;

1. Произведение трех цифр может быть равно 3 только, если это цифры 1,1 и 3. Рассмотрим все возможные трехзначные числа, которые можно из них составить – это 113, 131, 311. Их сумма равна 555.

*Ответ*: 555

1. Площадь закрашенной части составляет ровно 2 клеточки. Тогда на покраску 1 клетки расходуется 15 г краски. Площадь «чашки» составляет 3 клеточки. Тогда на ее покраску потребуется еще 45 г краски.

*Ответ:* 45 г

1. Число спортсменов, прибежавших раньше Васи, примем за одну часть, тогда число спортсменов, прибежавших позже Васи, составляет 4 части. 40 спортсменов разделим на 5 равных частей, получим, что одна часть составит 8 спортсменов. Значит, Вася прибежал девятым.

*Ответ.* Девятым.

1. (2006 – (1+2+3)):4=500 таблеток получил крокодил. Значит, слону придётся съесть 503 таблетки.

*Ответ:* 503 таблетки.

***Восьмой класс***

1. Все условия задачи:
2. красная фигура  — между синей и зелёной;
3. справа от жёлтой фигуры  — ромб;
4. круг  — правее и треугольника и ромба;
5. треугольник  — не с краю;
6. синяя и жёлтая фигуры  — не рядом.

Из условий 1), 2), 5) следует следующее расположение фигур по цветам: жёлтая, зелёная, красная и синяя.

Из условия 2) следует, что ромб не жёлтый, а зелёный.

Из условия 4) следует, что треугольник красный.

Из условия 3) следует, что круг синий.

*Ответ.* жёлтый прямоугольник, зелёный ромб, красный треугольник, синий круг.

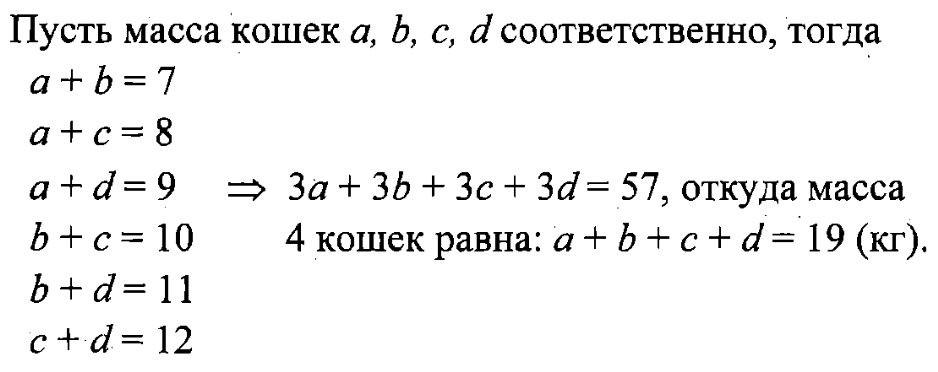
1. Находим корень уравнения 5*x*−10 = 0 — это *x* = 2. Используя определение абсолютной величины, имеем  
   sistema3  
   1) При *x* < 2, получим *y* = 3*x* − 5*x* + 10; *y* = −2*x* + 10.  
   2) При *x* ≥ 2, получим *y* = 3*x* + 5*x* − 10; *y* = 8*x* − 10.
2. *Ответ:*(2a – 5b – 6)( 2a – 5b + 6).

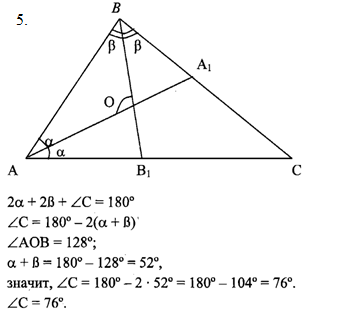
у

1

1. 1

*.*

**

**

*.*

***Девятый класс***

* 1. 1)Малыш, Карлсон, Винни –пух съели все варенье

Малышу досталось 1/9 часть ,

значит Карлсон и Винни –пух съели 8/9 часть варенья, (то есть они ели как 8 Малышей)

2) Малыш и Карсон едят вместе.

Малышу досталось ¼ часть варенья, тогда Карлсон съел ¾ варенья (то есть он ел как 3 Малыша).

3)значит Винни – пух ест как 8 – 3 = 5 Малышей.

4)Варенье едят Винни –пух и Малыш( 5частей съел Винни –пух, 1 часть съел Малыш, значит Малышу достанется 1/6 часть

*Ответ*: 1/6 часть.

* 1. Пусть , тогда по теореме Виета      ****



*Ответ:* ; .

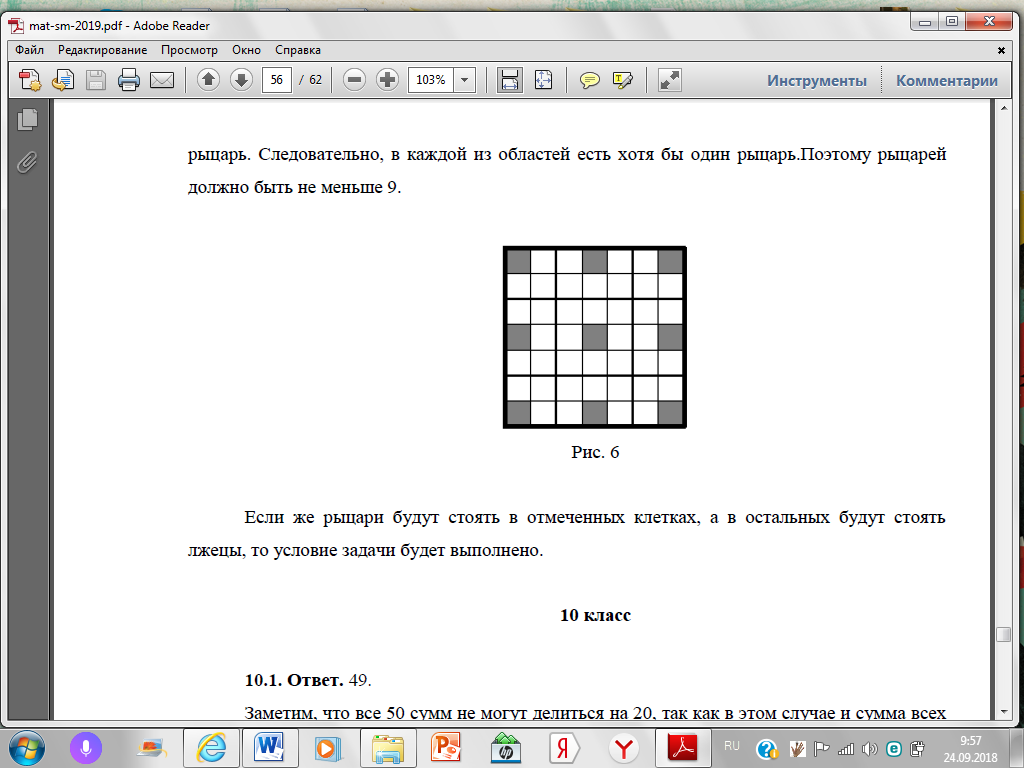
* 1. , при условии, что .



* 1. Из условия следует, что в одной из соседних клеток с любым лжецом должен стоять рыцарь, а все соседи рыцаря должны быть лжецами.

Рассмотрим разбиение доски на 9 непересекающихся областей и отметим в каждой области по одной клетке, как это показано на рисунке. Заметим, что либо в отмеченной клетке стоит рыцарь, либо (если в ней стоит лжец) хотя бы в одной соседней с ней клеткой стоит рыцарь. Следовательно, в каждой из областей есть хотя бы один рыцарь. Поэтому рыцарей должно быть не меньше 9.

Если же рыцари будут стоять в отмеченных клетках, а в остальных будут стоять лжецы, то условие задачи будет выполнено.



*Ответ:* 9

***Десятый класс***

1. Среди натуральных чисел от 1 до 100 имеется 10 чисел, являющихся квадратами целых чисел – 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, и 4 числа, являющихся кубами целых чисел – 1, 8, 27, и 64. Из них числа 1 и 64 входят в оба списка. Значит, из первых 100 натуральных чисел от 1 до 100 будут вычеркнуты ровно 12 чисел: 1, 4, 8, 16, 25, 27, 36, 49, 64, 81, 100. Тогда последнее оставшееся число 99 будет стоять на 88 месте. Так как среди следующих 12 чисел от 101 до 112 нет ни одного квадрата или куба целого числа, то на сотом месте будет стоять число 112.

*Ответ*: 112.

1. Решение.

(0;0), (2;2).

*Ответ:* (0;0), (2;2)

1. Обозначим через а1- первый член прогрессии, а d – разность прогрессии. По условию задачи то есть справедливо равенство

, из которого, учитывая, что n≠m , получаем

Подставляя полученное выражение для 2a1 в формулу суммы n+m первых членов той же прогрессии, получим

2

*Ответ:* 0.

1. Если вызвано n десятиклассников, то дано ответа, откуда n = 9. Пусть из этих 9 школьников t правдивцев и (9 – t) лжецов. Ответ «лжец» может дать только лжец про правдивца и правдивец про лжеца, таких фраз было Если правдивцев двое, то они дали 2 ⋅ 8 = 16 правдивых ответов. Если правдивцев семеро, то они дали 7 ⋅ 8 = 56 правдивых ответов. Комментарий. Обратите внимание на то, что из условия следует, что правдивыми являются половина из ответов «лжец». Но сразу не ясно, какова доля правдивых ответов «правдивец».

*Ответ*. 16 или 56.



A

B

C

D

E

I

Способ 1. Пусть такое возможно, т. е. биссектрисы AD и BE треугольника ABC разбивают его на четыре части равной площади. Пусть I точка — пересечения указанных биссектрис. Равновеликие треугольники AIB и AIE имеют общую высоту, проведённую из вершины A, поэтому BI = IE. Аналогично, из равенства площадей треугольников AIB и DIB следует равенство AI = ID. Значит, диагонали четырёхугольника AEDB точкой пересечения делятся пополам, т. е. AEDB — параллелограмм. Это невозможно, так как прямые AE и BD не параллельны, они пересекаются в точке C.

Способ 2. Пусть такое возможно, т. е. биссектрисы AD и BE треугольника ABC разбивают его на четыре части равной площади. Треугольники ACD и ABD равновелики, поэтому биссектриса AD — медиана. Аналогично BE — медиана. Три медианы делят треугольник на шесть равновеликих частей, значит, площадь треугольника AIE составляет шестую часть площади треугольника ABC, а не четверть (как в условии). Противоречие.

Примечание. Заметим, что из решения первым способом следует, что условие задачи избыточно, достаточно равенства площадей трёх получившихся треугольников.

***Одиннадцатый класс***

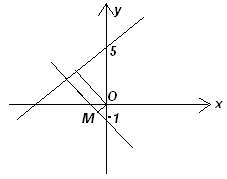
### Очевидно,  *y* ≥ 0,  а  *x*² ≠ *y*².  Значит,  16*y* + 1 = (*y*² – *x*²)² ≥ (*y*² – (*y* – 1)²)² = (2*y* – 1)² = 4*y*² – 4*y* + 1.  Следовательно,  4*y*² ≤ 20*y*,  то есть  *y* ≤ 5.  Осталось проверить значения *y* от 0 до 5 и найти сответствующие целые значения *x*.

### *Ответ:*(± 1, 0),  (± 4, 3),  (± 4; 5).

1. За час второй спортсмен обгоняет первого на 3000 м, значит, за минуту – на 50 м. Таким образом, второй спортсмен обгоняет первого на круг (и встречается с ним) каждые 8 минут. Аналогично выясняем, что третий спортсмен обгоняет второго на круг каждые 12 минут.  НОД(8, 12) = 24,  то есть каждые 24 минуты происходит встреча всех трёх спортсменов.

*Ответ:*Через 24 минуты.

1. *x*² – *y*² + 6*x* + 4*y* + 5 = (*x* + 3)² – (*y* – 2)² = (*x + y* + 1)(*x – y* + 5) = 0.   
    Таким образом, график полученного уравнения состоит из двух прямых  *y = – x* – 1  и  *y = x* + 5, которые пересекают ось ординат в точках   
   (0, –1)  и  (0, 5)  (см. рис.).  *x*² + *y*²  – квадрат расстояния от точки  *M*(*x*, *y*)  до начала координат, поэтому, его значение будет наименьшим, когда *M* – основание перпендикуляра, опущенного из точки  *О*(0, 0)  на ближайшую к этой точке прямую. Учитывая, что обе прямые отсекают от осей координат равнобедренные прямоугольные треугольники с катетами 1 и 5, получим, что ближе к точке *О* находится прямая  *y* = – *x* – 1,  тогда  *OM*  = 0,5.



*Ответ***:**0,5.

1. *Первый способ.* Пусть *I* – центр вписанной окружности треугольника *ABC*, *r* – ее радиус, см. рисунок слева. Заметим, что ∠*EID* = ∠*AIB* = 135°, а *CI* = http://www.problems.ru/show_document.php?id=1721166 (как диагональ квадрата со стороной *r*). Так как *CI* – диаметр окружности, описанной около треугольника *EID*, то по следствию из теоремы синусов *DE* = http://www.problems.ru/show_document.php?id=1721166 sin∠*EID = r*.

*Второй способ.* Пусть прямые *CE* и *CD* пересекают *AB* в точках *X* и *Y* соответственно, см. рисунок справа. Тогда треугольник *CBX* – равнобедренный и *CE = XE*. Аналогично, *CD = YD*. Следовательно, *DE* – средняя линия треугольника *XCY*, то есть *DE* = 0,5*XY*.

В свою очередь, *XY = BX + AY – AB = BC + AC – AB* = 2*r*,

откуда и следует утверждение задачи.

*Комментарий.* Точка *I* – центр описанной окружности треугольника *XCY*.



1. После перестановки суммы цифр соседних чисел отличаются на единицу. Поэтому либо чётность суммы цифр каждого номерка совпадает с чётностью его места, либо наоборот, эти чётности у всех номерков различны. А до перестановки чётности совпадали ровно в половине случаев: в каждом втором десятке. Значит, результат сравнения изменился у 50 номерков, и они не могли остаться на месте. Вот пример, где на месте ровно 50 номерков (выделены жирным): переворачиваем десятки с первой нечётной цифрой. Получится **00, 01, …, 09**, 19, 18, ..., 10, **20, 21, ..., 29**, 39, 38, ..., 91, 90.

*Ответ***:**50 номерков